ECRICOME

Voie E

Rapport - Antoine Crouzet

Remarques générales

Ce sujet Ecricome voie E est composé de trois exercices de longueurs inégales.

- L'exercice 1 est un exercice d'algèbre linéaire avec (un peu) d'analyse. On résout l'équation $M^2 = A$ où A est une matrice carrée d'ordre 3 qui n'est pas diagonalisable, mais trigonalisable.
- L'exercice 2 est un exercice d'analyse, d'abord d'étude d'une fonction d'une variable, qu'on utilise ensuite dans l'étude des points critiques d'une fonction de deux variables.
- L'exercice 3 est un exercice de probabilités discrète sur l'étude de la loi de probabilité d'un certain temps d'attente, et de sa convergence en loi.

Exercice 1

L'exercice 1 était plutôt abordable. Un peu calculatoire, mais très accompagné.

Partie A

La partie A utilise des résultats classiques (polynôme annulateur, inversibilité et diagonalisabilité éventuelle lorsqu'une matrice admet une unique valeur propre).

On rappelle que si 0 n'est pas valeur propre, la matrice est inversible ; enfin, si une matrice admet une unique valeur propre, elle ne peut pas être diagonalisable (sauf si c'est une matrice du type αI_n, bien sûr).

On peut dire que ces questions étaient des questions de cours, pour mettre en valeur les élèves connaissant leur cours.

Partie B

La partie B est de l'analyse simple , permettant de trouver une solution particulière à l'équation de départ.

On détermine le développement limité (pourtant au programme) de $\sqrt{1+x}$ au voisinage de 0, pour prendre sa partie principale et montrer qu'on obtient une matrice solution.

Ce passage sur la fonction φ est inutile, on aurait pu être plus efficace. L'objectif est d'expliquer d'où vient le résultat qu'on obtient.

Partie C

On commence par trigonaliser la matrice A (question 8). Ensuite, on résout l'équation $N^2 = T$, pour enfin obtenir les solutions de $M^2 = A$. Pas de difficulté ni de question piège, mais un peu long si on veut être rigoureux.

La dernière question semble, quant-à-elle, sortir d'un peu nulle part et n'apporte rien à l'exercice.

Exercice 2

L'exercice 2 est composé de trois parties liées entre elle. Il était **très calculatoire**, mais loin d'être insurmontable, et accompagné. Un candidat n'arrivant pas à faire la partie A pouvait tout de même faire la suite.

Partie A

On étudie une fonction φ d'une variable, un peu subtile (puisqu'une fonction puissance apparait) mais sans difficulté. L'objectif est de résoudre l'équation $\varphi(x) = 0$ et on trouvera 2, 1 ou aucune solution, suivant la valeur du paramètre a. La question 2 nécessite d'être propre dans la rédaction.

Partie B

On étudie une fonction f définie sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$, pour déterminer ses points critiques. On retombe sur la fonction φ étudiée en partie A. Aucune difficulté majeure.

Partie C
Dans cette partie, on détermine si les points critiques sont des extrema locaux ou non. La recherche des valeurs propres de la hessienne (question 10) est donnée pour éviter trop de technicité.

Globalement, cette exercice calculatoire est facile et fait appel à des méthodes connues et habituelles.

Exercice 3

L'exercice 3 est un exercice de probabilité discrète, qui a été utilisé pour poser des questions de Scilab, composé à nouveau de 3 parties. Cet exercice était subtile (comme souvent en probabilité) et calculatoire.

Partie A
On étudie la variable aléatoire T_n du temps d'attente d'un certain dépassement, pour certaines valeurs et dans certains cas. Si on comprend bien l'énoncé, cette partie ne pose pas de problème.

Partie B
Partie subtile. On détermine explicitement, dans cette partie, la loi de T_n, son espérance et la limite de son espérance.

La question 7 est longue et un peu difficile pour des élèves toujours rebutés par les coefficients binomiaux. La suite est bien accompagnée pour terminer et conclure.

Partie C
On montre dans cette partie que (T_n) converge en loi vers une certaine variable aléatoire Y.

La question 11 vérifie que Y est bien une variable aléatoire, et que son espérance vaut le même résultat que celle de la limite de l'espérance de T_n.

On conclut ensuite rapidement quant à la convergence de la suite de variable aléatoire.

Enfin, les dernières questions sont des questions Scilab, d'abord à compléter (question 14 - sans difficulté, sachant que `grand` est rappelé), puis à interpréter.

Globalement, un bel exercice, pas difficile mais long.

Conclusion

L'ensemble du sujet parcourt assez bien le programme d'ECE. Les exercices sont adaptés aux élèves de la voie Economique, plutôt classiques et plutôt long. Ils ne posent cependant pas de problèmes majeurs.

Contrairement à l'année dernière, le sujet est mieux équilibré, parcourant l'ensemble du programme, sans question bloquante. Il est tout de même long, et permettra de départager sans soucis les élèves.