EML

Voie E

Rapport - Antoine Crouzet

Remarques générales

Ce sujet EML voie E est composé de trois exercices de longueurs inégales.

- L'exercice 1 est un exercice classique d'algèbre linéaire. La plupart des questions sont abordables et bien accompagnées.
- L'exercice 2 est un exercice mélangeant étude de fonctions, de suite, et de fonctions de plusieurs variables. Quelques subtilités sont présentes.
- L'exercice 3 est un exercice de probabilités continues, terminé par une question de convergence en loi.

Exercice 1

L'objectif de l'exercice 1 est d'étudier un endomorphisme sur un espace vectoriel particulier.
Cet exercice était abordable et bien accompagné. Pas de vraies difficultés, exceptés les calculs, plutôt long (recherche des valeurs propres / espaces propres).

Exercice 2

L'exercice 2 est composé de trois parties dépendantes.

Partie I

On étudie la fonction $f : t \mapsto t^2 - t\ln t$, et on aboutit à un résultat (question 5) qu'on utilisera dans la partie II. Pas de questions pièges, ni de difficultés calculatoires.

Partie II

On étudie une fonction de deux variables $(x, y) \mapsto x\ln(y) - y\ln(x)$. Cette fonction est classique, car la recherche de ses points critiques nécessites de travailler sur une fonction sous-jacente, qui a été étudiée en partie 1.
Seule la question $7a$ était difficile, car il faut travailler par équivalence sans se tromper. Le sujet est suffisamment bien posé pour qu'on puisse terminer le sujet sans faire cette question.

Partie II

Dans la dernière partie, on étudie une suite récurrente définie à partie de la fonction de départ. Seul la recherche de la limite est subtile, puisqu'elle nécessite l'étude (rapide) d'une fonction permettant de déterminer la seule limite possible.
Cette partie est l'occasion de demander un **algorithme complet** (algorithme classique de seuil).

Exercice 3

L'exercice 3 est un exercice de probabilité continue, composé de trois parties dépendantes.

Partie I

On étudie une densité f, et on montre qu'une variable aléatoire continue de densité f admet une espérance nulle. Pas de difficultés techniques, il fallait simplement faire attention à la rigueur (calcule d'intégrales généralisées).

Partie II

On étudie une variable aléatoire Y définie comme fonction de la variable aléatoire précédente. Dans cette partie, une nouvelle étude de fonction est nécessaire, avant de déterminer la loi de la variable aléatoire Y.

Plutôt technique, sans être difficile, il fallait faire les choses en les posant bien.

Partie III

La dernière partie du sujet est l'occasion de mettre en oeuvre plusieurs concepts difficiles pour les élèves :

— le max de plusieurs variables aléatoires

— la convergence en loi

Peu difficile lorsqu'on a l'habitude de manipuler ces concepts, elle a peut-être décontenancé certains élèves plus faibles.
La dernière question est l'occasion de retrouver le résultat classique

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^x$$

Conclusion

L'ensemble du sujet parcourt assez bien le programme d'ECE. Il n'y avait pas de difficultés insurmontables, mais était plutôt long (ce qui est habituel pour un sujet de concours). Il a été l'occasion de mettre un algorithme Scilab (exercice 2), de la convergence en loi (exercice 3) et de l'algèbre linéaire sur toutes ses formes (exercice 1).

On peut simplement regretter une chose : qu'il y ait un peu trop d'analyse (pas moins de quatre études de fonctions sur les exercices 2 et 3).